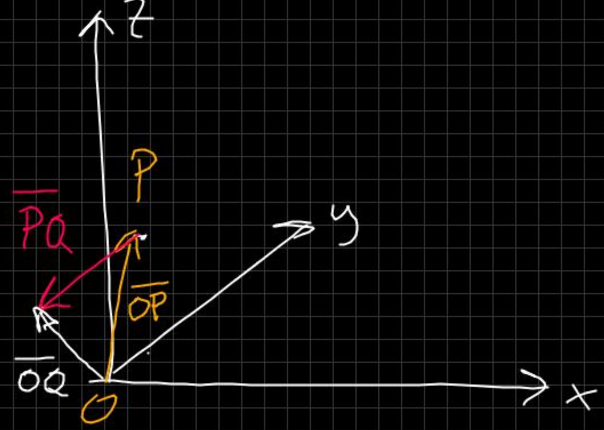
4.12

$$L: \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

	4.4 Räta linjen i planet på parameterform		
10	4.40, 4.41, 4.42, 4.45, 4.46, 4.47, 4.48, 4.50, 4.51,	4.54	
	4.5 Vektorer i rummet		
11	*~~4.55~~, ~~4.56~~, 4.57, 4.58, 4.59, 4.60*	*4.61, 4.62, 4.63*	
	4.6 Vektorgeometri i rummet - Linjer		
12	4.64, 4.65, 4.66, 4.67, 4.69, 4.70, 4.71	*4.72*	
	4.7 Vektorprodukt		
13	*4.91, 4.92, 4.93, 4.94*	*4.95*	
	4.8 Linjära avbildningar i planet		
14	4.96, 4.97, 4.98, 4.99, 4.100		
	4.6 Vektorgeometri i rummet - Plan		
15	4.73, 4.74, 4.75, 4.76, 4.77, 4.78, 4.79, 4.80, 4.81,	*4.85, 4.86, 4.87, 4.88*	*4.89, 4.90*
	4.8 Linjära avbildningar i planet forts.		
16	4.101, 4.102, 4.103, 4.104, 4.105, 4.106, 4.107, 4.108, 4.109, 4.110		
	4.9 Blandade övningar		
17	Samtliga		

4,56 I ett koordinatsystem har punkten P koordinaterna $(-2, 3, 2)$ och vektorn $\overline{PQ}$ koordinaterna $(1, -3, 0)$. Bestäm koordinaterna för punkten Q.



Lösning:

$$\begin{pmatrix} Q_x \\ Q_y \\ Q_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\overline{OQ} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$$ ← punkten Q:s koordinater

4.66 Bestäm en ekvation för den linje som går genom punkterna $(1,1,1)$ och $(0,1,2)$.

Lösning:

$$\overline{OP} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \overline{OQ} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$$

Riktningsvektorn $\overline{v} = \overline{\overline{OQ} - \overline{OP}} = \overline{OQ} + (-\overline{OP}) = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\overline{v} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad L: \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Svar:

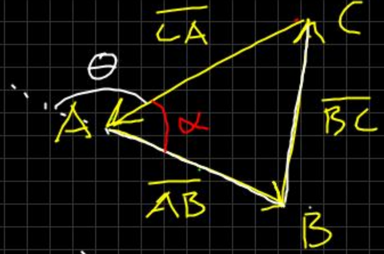
$$L: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 \\ z = 1 + t \end{cases}$$

4.67 En triangel har hörnen

$A = (1, 2, 0)$

$B = (9, -2, 3)$

$C = (0, 0, 2)$

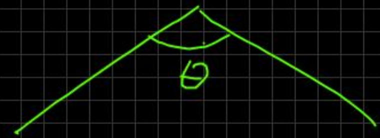


a) Vad har triangelns sidor för eq?

Lösning

$$\overline{AB} = \overline{OB} - \overline{OA} = (9-1, -2-2, 3-0) = (8, -4, 3)$$

$$L_{AB} = \begin{cases} x = 1 + 8t \\ y = 2 - 4t \\ z = 0 + 3t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$



$$\overline{BC} = \overline{OC} - \overline{OB} = (0-9, 0-(-2), 2-3) = (-9, 4, -1)$$

$$L_{BC} = \begin{cases} x = 9 - 9t \\ y = -2 + 4t \\ z = 3 - t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

$$\overline{CA} = \overline{OA} - \overline{OC} = (1-0,\ 2-0,\ 0-2) = (1,\ 2,\ -2)$$

$$L_{CA}: \begin{cases} x = 0 + t \\ y = 0 + 2t \\ z = 2 - 2t \end{cases} \quad 0 \leq t \leq 1$$

En enda parameter t som beskriver triangelns sidor

b) Beräkna vinkeln vid punkten A.

<u>Lösning</u>: Skalärprodukt.

$$\wedge A: \quad \overline{AB} \cdot \overline{CA} = \|\overline{AB}\| \cdot \|\overline{CA}\| \cdot \cos\theta$$

$$(\quad) \cdot (\quad) = \sqrt{\quad} \cdot \sqrt{\quad} \cdot \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{(8,-4,3)\begin{pmatrix}1\\2\\-2\end{pmatrix}}{\sqrt{8^2+4^2+3^2}\,\sqrt{1^2+2^2+2^2}} = \frac{8-8-6}{\sqrt{64+16+9}\,\sqrt{1+4+4}} = \frac{-6}{\sqrt{89}\cdot 3}$$

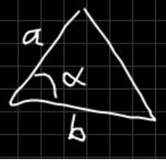
$$\cos\theta = -0{,}212$$

$$\theta = 102{,}2^\circ \implies \alpha = 180^\circ - 102{,}2 = 77{,}7^\circ$$

Svar:

c) Hur stor area har triangeln?

Lösning: Areasatsen



$$A = \frac{a\cdot b\cdot \sin\alpha}{2} = \frac{\|\overline{CA}\|\cdot\|\overline{AB}\|\cdot\sin\alpha}{2} = \frac{3\cdot\sqrt{89}\cdot\sin 77{,}7^\circ}{2} \approx 13{,}8\ \text{ae}$$

vinkel mellan sidor (linjer) $\implies$ välj $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$