

L.10 Punkter, linjer och plan : sammanfatt. $\leftarrow \mathbb{R}^3$ (oftast)

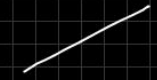
Objekt

Punkt :



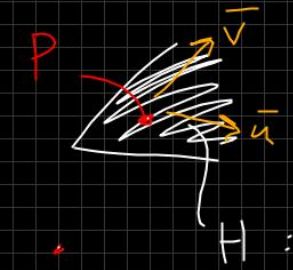
0 Dim

Linje :



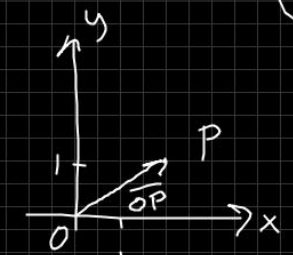
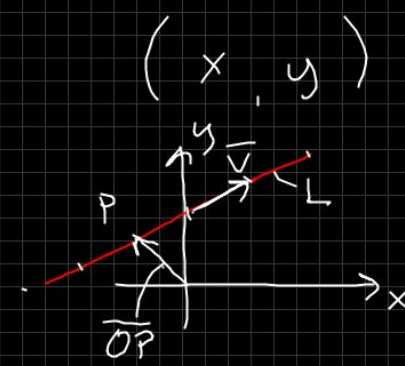
1 Dim

Plan :



2 Dim

H : $\vec{OP} + s\vec{u} + t\vec{v}$



$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

\vec{OP} = ortvektor (P rel vi om)

\vec{v} = riktningsvektor

t = parameter

L : $\vec{OP} + t \cdot \vec{v}$

4.40 Vilken riktningssvektor har linjerna

$$a) L_1 \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 2t \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$\overline{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

$$b) L_2 \begin{cases} x = 0 + t \\ y = 1 + 0t \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$\overline{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

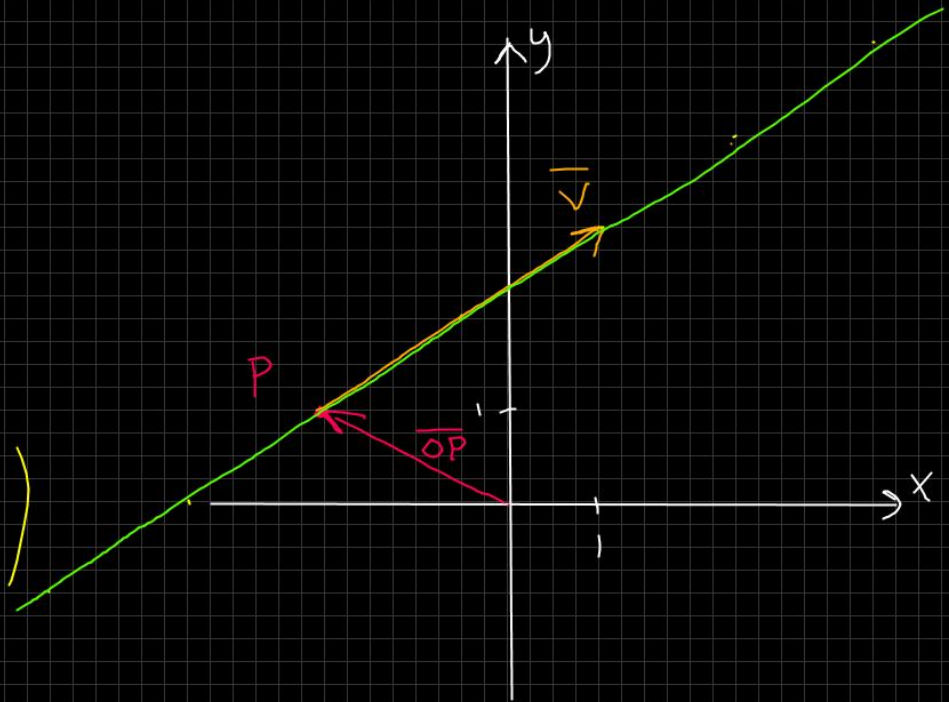
3/11

4.41 Rita linjen

$$L_1 \begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 1 + 2t \end{cases}$$

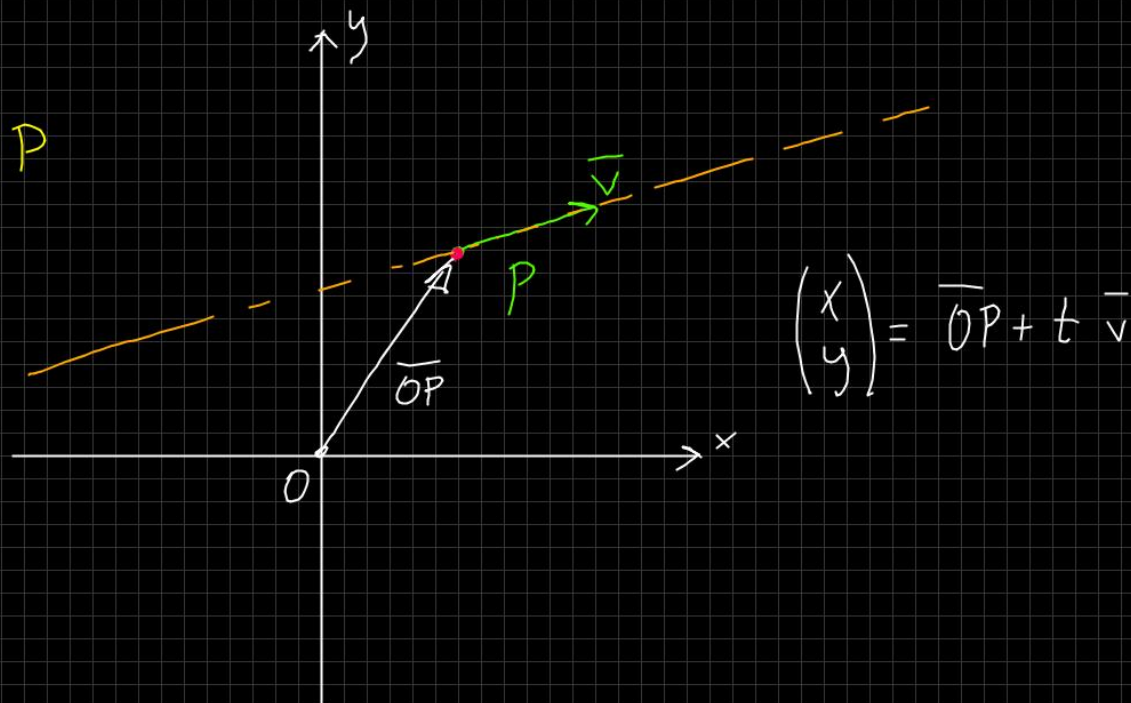
Lösning:

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix}$$



Linjer i \mathbb{R}^2

- En punkt på linjen: P
- En riktning: \vec{v}



4.42 Vidken rät linje går genom punkterna $(1, -4)$ och $(2, 0)$.
 Ange linjen på parametrisform.

$$P = \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_P \\ y_P \end{pmatrix}$$

$$Q = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_Q \\ y_Q \end{pmatrix}$$

$$\text{lutning} = \text{"k-värde"} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_Q - y_P}{x_Q - x_P}$$

$$= \frac{0 - (-4)}{2 - 1} = \frac{4}{1} = 4$$

Svar:

$$L: \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

	4.4 Råta linjen i planet på parameterform		
10	4.40, 4.41, 4.42, 4.45, 4.46, 4.47, 4.48, 4.50, 4.51,	4.54	
	4.5 Vektorer i rummet		
11	4.55, 4.56, 4.57, 4.58, 4.59, 4.60	4.61, 4.62, 4.63	
	4.6 Vektorgeometri i rummet - Linjer		
12	4.64, 4.65, 4.66, 4.67, 4.69, 4.70, 4.71	4.72	
	4.7 Vektorprodukt		
13	4.91, 4.92, 4.93, 4.94	4.95	
	4.8 Linjära avbildningar i planet		
14	4.96, 4.97, 4.98, 4.99, 4.100		
	4.6 Vektorgeometri i rummet - Plan		
15	4.73, 4.74, 4.75, 4.76, 4.77, 4.78, 4.79, 4.80, 4.81,	4.85, 4.86, 4.87, 4.88	4.89, 4.90
	4.8 Linjära avbildningar i planet forts.		
16	4.101, 4.102, 4.103, 4.104, 4.105, 4.106, 4.107, 4.108, 4.109, 4.110		
	4.9 Blandade övningar		
17	Samtliga		

Prover
 på kap 3 & 4

4.55 Vektorenelemente $\vec{u} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ Bezogene

$$a) \vec{u} + \vec{v} = \begin{pmatrix} 6 + (-4) \\ 2 + 0 \\ -3 + 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

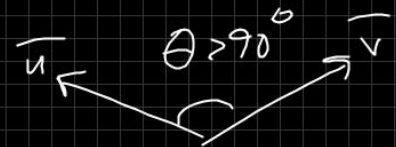
$$b) \vec{u} - \vec{v} = \vec{u} + (-\vec{v}) = \begin{pmatrix} 6 + 4 \\ 2 + 0 \\ -3 + (-3) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$$

$$c) 3\vec{u} + 2\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \cdot 6 \\ 3 \cdot 2 \\ 3 \cdot (-3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cdot (-4) \\ 2 \cdot 0 \\ 2 \cdot 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 + (-8) \\ 6 + 0 \\ -9 + 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$d) \|\vec{u}\| = \sqrt{6^2 + 2^2 + (-3)^2} = \sqrt{36 + 4 + 9} = \sqrt{49} = 7$$

$$e) \vec{u} \cdot \vec{v} = (6 \ 2 \ -3) \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} = 6(-4) + 2 \cdot 0 + (-3) \cdot 3 = -24 + 0 - 9 = -33$$

$$f) (2\vec{u} - \vec{v}) \cdot (\vec{u} + \vec{v}) = (12 - (-4), 4 - 0, -6 - 3) \cdot \begin{pmatrix} 6 + (-4) \\ 2 + 0 \\ -3 + 3 \end{pmatrix} = 16 \cdot 2 + 4 \cdot 2 + (-9) \cdot 0 = 40$$



4,56 I ett koordinatsystem har punkten P koordinaterna $(-2, 3, 2)$
och vektor \overline{PQ}

4.51

$$L_1: \begin{cases} x = t \\ y = 3 + t \end{cases}$$

$$L_2: \begin{cases} x = 3 - s \\ y = 3 + 2s \end{cases}$$

a) Finn skärningspunkten

$$\begin{cases} t = 3 - s \\ 3 + t = 3 + 2s \end{cases}$$

$$\sim R \sim \begin{matrix} & s & t & \text{Resultat} \\ \begin{pmatrix} s & t & 3 \\ -2s & t & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$s=1$
 $t=2$
 $\begin{cases} x=2 \\ y=5 \end{cases}$

b) Bestäm vinkeln mellan linjerna

Ange i svaret en vinkel $[0, 90^\circ]$

