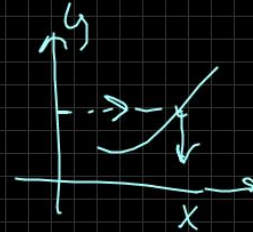


Lektion 9. Derivat av en invers funktion, $D(f^{-1}(y))$

Ex 1) Derivat $f^{-1}(x)$ då $f(x) = 2x + 5$



Lösning: $y = f(x) = 2x + 5$

Skriv om: $y = 2x + 5 \Rightarrow x = \frac{y-5}{2} = f^{-1}(y)$

~~$f^{-1} = g(x)$ inst. i $f(x) \Rightarrow f(g(x)) = 2 \cdot g(x) + 5 = x$~~

$$D(f^{-1}(y)) = \frac{1}{2}$$

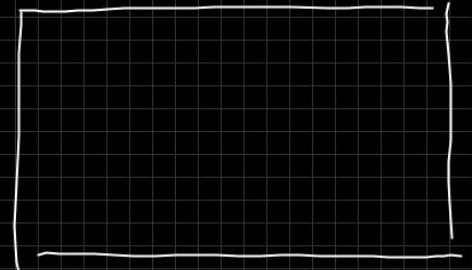
$$\frac{1}{D(f(x))} = \frac{1}{2}$$

~~$f^{-1}(x) = g(x) = \frac{x-5}{2}$~~

Tid 11:40
Lösen
Räkna på egen hand

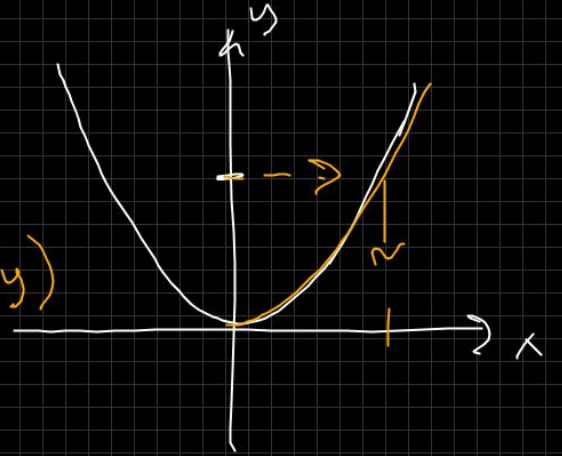
12:00 Genomg. L9

$$D(f^{-1}(y)) = \frac{1}{D(f(x))}$$



Ex. 2) Derivera $f^{-1}(x)$ d.e.:

$$f(x) = x^2, \quad x \geq 0$$



Lösning: $y = f(x) = x^2 \Rightarrow x = \sqrt{y} = f^{-1}(y)$

1) $f^{-1}(y) = y^{1/2}$
 $D(f^{-1}(y)) = \frac{1}{2} y^{-1/2} = \frac{1}{2\sqrt{y}}$

← Det här är svaret.

y byts mot x
 $D(f^{-1}(x)) = \dots = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

← Så här svarar man på frågan.

2) $D(f^{-1}(x)) = \frac{1}{D(f(x))} = \frac{1}{D(x^2)} = \frac{1}{2x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

Ex. 3) Deriver funktionen

$$f(x) = \arcsin x$$

$$f'(x) = \frac{1}{D(f^{-1}(y))}$$

Løsning:

$$y = f(x) = \arcsin x$$

$$x = \sin y = \sin(\arcsin x)$$

$$f^{-1}(y) = \sin y$$

efterses
med
ans. p. x.

$$D(f(x)) = \frac{1}{D(f^{-1}(y))}$$

$$= \frac{1}{\cos y}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - \sin^2 y}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}} = \text{deriv}$$

$$1 = \sin^2 y + \cos^2 y$$

$$\cos y = \sqrt{1 - \sin^2 y}$$

171

