

L 17

Partial bråksuppdelning

(för integralberäkningar bl.a)

$$\text{Ex)} \quad \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} = \frac{3(x+2)}{(x-1)(x+2)} + \frac{1(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{3(x+2) + x-1}{(x-1)(x+2)} =$$

$$= \frac{4x+5}{x^2+x-2}$$

Beräkna

$$\int \frac{4x+5}{x^2+x-2} dx = ? = \int \left( \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} \right) dx = 3 \ln|x-1| + \ln|x+2| + C$$

*partialbråksuppdelning*

uppg.

$$\int \frac{4x+5}{x^2+x-2} dx =$$

Faktorisera  
nämnaren  
så långt  
som möjligt

$$x^2+x-2=0$$

$$x = -\frac{1}{2} \pm \sqrt{2,5}$$

$$\begin{cases} x_1 = -2 \\ x_2 = 1 \end{cases}$$

$$= \int \frac{4x+5}{(x-1)(x+2)} dx =$$

$$\frac{4x+5}{x^2+x-2}$$

samla ← linjära  
konstanter

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+2} = \frac{a(x+2)}{(x-1)(x+2)} + \frac{b(x-1)}{(x+2)(x-1)} = \frac{ax+2a+bx-b}{(x-1)(x+2)}$$

$$\begin{cases} a+b=4 \\ 2a-b=5 \end{cases}$$

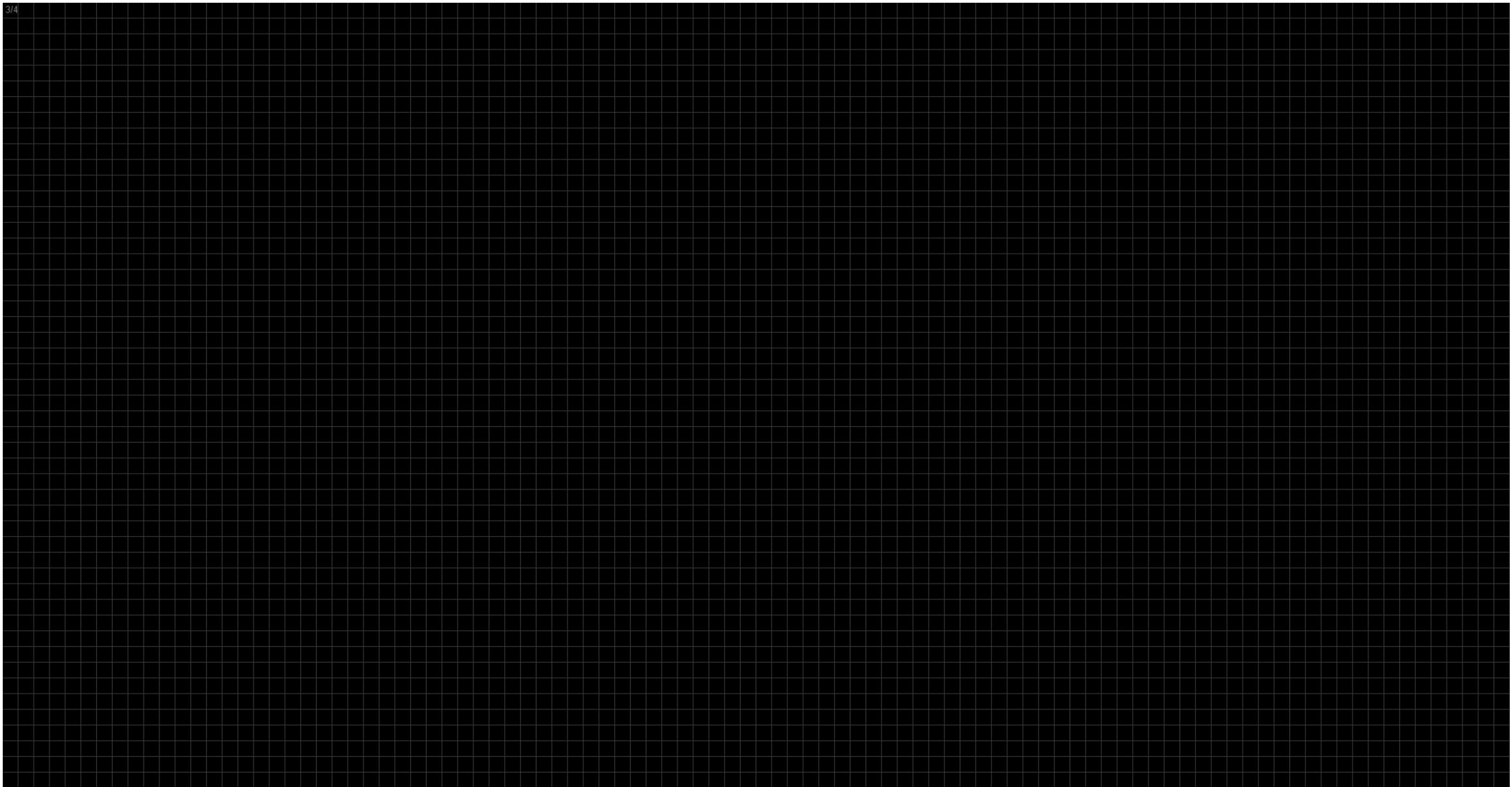

---


$$3a+0=9$$

$$a=3$$

$$b=1$$

$$= \int \frac{3}{x-1} + \frac{1}{x+2} dx = 3 \ln|x-1| + \ln|x+2| + C$$



L. 17

Partiellbräksuppdelning :

Ex.

$$\int \frac{x^4 + 3x^3 + x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4} dx$$

Rationella uttryck

$$\frac{f(x)}{g(x)}, \quad f(x), g(x) \text{ polynom}$$

- I) grad  $f(x) \geq$  grad  $g(x)$   
 $\Rightarrow$  polynomdivision
- II) Faktorisera nämnaren så långt som möjligt.
- III) Partiellbräksuppdelning
- IV) Integrera