

Hemtenta Matriser och vektorer MaSpec.

Max: 17/9/8p. Riktlinjer för provbetyg då provet använts på vanligt sätt: E minst 7p, C minst 8/6p och A minst 9/7/5p samt goda matematiska lösningar (gott matematiskt språk, visad säkerhet i lösningarna). Lärobok och formelsamling tillåts. **Sid 1-2 utan miniräknare, sid 3 med miniräknare.**

Sida 1.

Determinant

1 Beräkna determinanten $\begin{vmatrix} 2 & -4 & 7 \\ 8 & \frac{1}{2} & 3 \\ 6 & -9 & 5 \end{vmatrix}$ 1/0/0

Vektorer

2 a) Bestäm koordinaterna för vektorn $\vec{w} = 3\vec{u} + \vec{v}$ då $\vec{u} = (2, -1)$ och $\vec{v} = (3, -2)$ 1/0/0

b) Är \vec{w} vinkelrät mot \vec{v} ? 1/0/0

Längd

3 Bestäm $|\vec{u}|$ då $\vec{u} = (-3, 4, 6)$ 1/0/0

Gausselimination

4 Lös ekvationssystemet 3/0/0

$$\begin{cases} x + 2y + z = 1 \\ 2x + y + z = -3 \\ x + y + 2z = 2 \end{cases}$$

med hjälp av matriser och Gausselimination.

Tillämpad vektoranalys

5 Momentvektorn \vec{M} beräknas genom sambandet $\vec{M} = \vec{F} \times \vec{s}$. Beräkna momentvektorn då kraften $\vec{F} = (1, -\frac{1}{2}, -3)$ angriper en kropp i punkten som ges av vektorn $\vec{s} = (2, -1, 0)$. 2/0/0

Linjär avbildning

6 En triangel med hörn i punkterna $(0, -3)$, $(2, 0)$ samt $(2, -3)$ är inritad i ett koordinatsystem. Beräkna hur triangeln avbildas genom avbildningsmatrisen 2/2/0

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Förklara även med lämpliga "avbildningsord" (projektion, spegling, vridning) hur triangeln har ändrats.

Sida 2.

Linjer i rummet

- 7 Avgör om linjerna nedan är parallella, om de skär varandra eller om de korsar varandra (är skeva). Motivera väl. 0/3/0

$$L_1 = \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3t \\ z = 2 - t \end{cases} \quad \text{och} \quad L_2 = \begin{cases} x = -s \\ y = 1 + s \\ z = 1 - s \end{cases}$$

Matriser

- 8 Låt **A** och **B** beteckna nedanstående matriser 0/1/2

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Bestäm en invers till matrisen **A** och använd denna invers för att bestämma en matris **X** sådan att **AX = B**.

Ekvationssystem

- 9 För vilka värden på a och b saknar ekvationssystemet 0/0/3

$$\begin{cases} 2x + 3y - 4z + u = 8 \\ -x + 5y + z + 2u = 10 \\ x - 18y + z + au = b \end{cases}$$

lösning.

Sida 3. Miniräknare tillåten.

Vinkel mellan vektorer

- 10 Beräkna vinkeln mellan vektorerna $\vec{a} = (2,3)$ och $\vec{b} = (-4,1)$. 2/0/0

Matriser med miniräknare

- 11 Utför dina beräkningar i uppgift 8 med hjälp av räknare istället. Det vill säga: 1/1/0

Låt **A** och **B** beteckna matriserna

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & -3 \\ 2 & 1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}$$

Bestäm en invers till matrisen **A** och använd denna invers för att bestämma en matris **X** sådan att $\mathbf{AX} = \mathbf{B}$.

Matrisoperationer

- 12 Låt matriserna **A** och **B** vara som ovan. Beräkna (och visa hur du beräknar)

- a) $(\mathbf{AA})^{-1}$ 1/0/0
- b) $(\mathbf{A} + \mathbf{A})^{-1}$ 1/0/0
- c) $(\mathbf{A}^{-1} + \mathbf{A}^{-1})^T$ 1/0/0
- d) $(\mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^T$ och 0/1/0
- e) $(\mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B})^{-1}$ 0/1/0

Kontrollera dina beräkningar med hjälp av din miniräknare.

Räkna med vektorer

- 13 Om två vektorer \vec{u} och \vec{v} i rummet vet man att $\vec{u} = (6,0,-8)$, $|\vec{v}| = 10$ samt $\vec{u} \cdot \vec{v} = -14$

- a) Beräkna $|\vec{u} + \vec{v}|$.
- b) Bilda vektorerna $\vec{m} = \vec{u} + \vec{v}$ samt $\vec{n} = \vec{u} - \vec{v}$ och bestäm den minsta vinkeln mellan dessa två vektorer